MODIFIKASI KENDALA PADA REGRESI YANG MEMINIMUMKAN MAKSIMUM SISAAN MUTLAK UNTUK PEMODELAN MAKSIMUM DAN MINIMUM RESPONS

CONSTRAINTS MODIFICATION ON THE MINIMUM LARGEST ABSOLUTE DEVIATION (MLAD) REGRESSION FOR MAXIMUM AND MINIMUM RESPONS E MODELLING

Setyono[1a]

[1]Jurusan Agroteknologi, Fakultas Pertanian, Universitas Djuanda Bogor
Jl. Tol Ciawi No.1 Kotak Pos 35 Bogor 16720
[a] Koresponsdensi: Setyono, Email: setyono@unida.ac.id
(Diterima: 08-03-2013; Ditelaah: 11-03-2013; Disetujui: 16-03-2013)

ABSTRACT

Regression analysis is widely used in both experimental and survey research. Least square method is able to model the mean well, but might produce a large residual. In a population model that requires no large residuals, is needed a method that minimizes the maximum absolute deviation (MLAD). The needs in practices not only the mean model, but also the maximum or minimum models. For instance, the minimum area modeling that is still capable to dry crops, or maximum yields modeling that are still accommodated in the warehouse. Constraints modification on MLAD regression able to transform mean model into maximum model or minimum model. This result is useful as an alternative to the quantile regression analysis and the data envelopment analysis (EDA).

Key words: regression, absolute residual, MLAD, MinMax, linear programming.

ABSTRAK

Regresi merupakan analisis yang banyak digunakan baik pada penelitian percobaan maupun survei. Metode kuadrat terkecil mampu memodelkan rataan dengan baik, tetapi mungkin saja menghasilkan sisaan yang besar. Dalam model populasi yang menghendaki tidak pernah ada sisaan yang besar dibutuhkan metode yang meminimumkan maksimum sisaan mutlak (*minimum largest absolute deviation* disingkat MLAD). Kebutuhan di lapangan tidak hanya berupa regresi model rataan, melainkan juga regresi yang memodelkan maksimum respons atau minimum respons, misalnya memodelkan luasan minimum yang masih mampu menjemur hasil panen atau memodelkan volume maksimum hasil panen yang masih tertampung di gudang. Modifikasi kendala pada regresi MLAD mampu mengubah model rataan menjadi model maksimum atau model minimum. Hasil ini bermanfaat sebagai alternatif bagi analisis regresi kuantil dan analisis pengamplopan data (*envelopment data analysis* disingkat EDA).

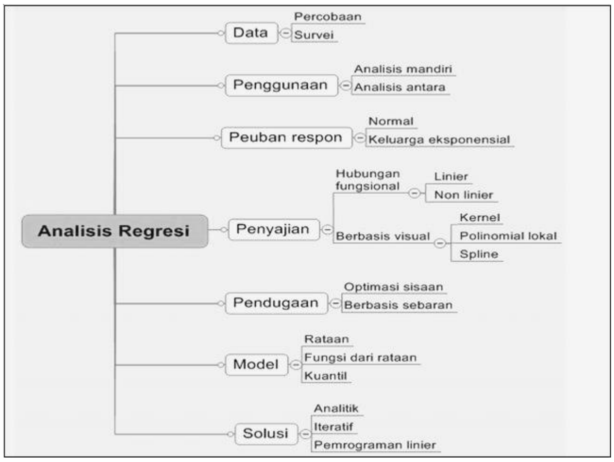
Kata kunci: regresi, sisaan mutlak, MLAD, MinMax, program linier.

Setyono. 2013. Modifikasi kendala pada regresi yang meminimumkan maksimum sisaan mutlak untuk pemodelan maksimum dan minimum respons. *Jurnal Pertanian* 4(1): 48–55.

PENDAHULUAN

Produksi suatu tanaman dapat dinyatakan sebagai fungsi dari faktor nutrisi, budi daya, dan lingkungan menggunakan analisis regresi. Dengan regresi perhatian tidak terbatas pada perbandingan respons antartaraf yang dicoba saja, karena nilai respons pada taraf yang tidak dicoba pun dapat diduga. Bahkan dengan regresi dapat diketahui taraf yang menghasilkan respons optimum. Di samping sebagai analisis mandiri, regresi juga menjadi analisis antara bagi beberapa analisis statistika lainnya, misalnya analisis komponen utama dan model persamaan struktural.

Pada awalnya analisis regresi mengasumsikan bahwa peubah respons menyebar normal. Dengan dikembangkannya model linier terempat, peubah respons yang dianalisis tidak lagi dibatasi pada sebaran normal melainkan dapat juga dapat dilakukan pada sebaran binomial, poisson, atau lainnya. Berkat kemajuan teknologi komputasi, analisis regresi semakin berkembang tidak terbatas pada solusi analitik, melainkan juga yang memerlukan solusi secara interaktif maupun solusi secara pemrograman linier. Perkembangan analisis regresi dapat dilihat dalam Gambar 1.



Gambar 1. Perkembangan analisis regresi

Pendugaan koefisien regresi dapat dilakukan berdasarkan sebaran galat dan berdasarkan optimasi sisaan. Metode berbasis optimasi sisaan yang biasa digunakan adalah metode yang meminimumkan jumlah kuadrat sisaan atau *least square* (LS). Optimasi sisaan yang idenya sudah lama tetapi implementasinya belakangan adalah meminimumkan jumlah sisaan mutlak (*least absolute deviation* disingkat LAD). Penduga LAD bersifat tidak khas dan sudah dibuktikan oleh Hao dan Naiman (2007) bahwa pada model intersep salah satu solusi LAD adalah median (kuantil-0,5). Oleh sebab itu, regresi LAD dapat dikerjakan menggunakan regresi kuantil.

Secara umum, metode LS dan LAD mampu menggambarkan ukuran pemusatan dengan baik, tetapi tidak menutup kemungkinan diperolehnya sisaan yang besar. Dalam model populasi kadang-kadang dikehendaki model yang tidak pernah memiliki sisaan besar atau sebesar besarnya sisaan dibuat sekecil mungkin. Oleh sebab itu, dibutuhkan metode yang meminimumkan maksimum sisaan mutlak (*minimum largest absolute deviation* disingkat MLAD). Optimasi sisaan dengan cara meminimumkan maksimum sisaan mutlak sudah dirintis oleh Rudolf *et al.* (1999), tetapi belum diaplikasikan pada paket program statistika. Penduga MLAD pada model intersep adalah tengah wilayah (Akcay dan At 2006).

Regresi yang pada prinsipnya adalah memodelkan rataan nilai respons pada setiap nilai peubah bebas yang diberikan. Kebutuhan di lapangan tidak hanya berupa regresi model rataan, melainkan juga regresi yang memodelkan maksimum respons atau minimum respons, misalnya memodelkan luasan minimum yang masih mampu menjemur hasil panen atau volume maksimum hasil panen yang masih tertampung di gudang. Oleh sebab itu, dibutuhkan metode regresi yang mampu memodelkan maksimum respons atau minimum respons. Regresi yang memodelkan maksimum respons adalah membuat garis regresi di bagian atas pengamatan sehingga tidak ada pengamatan di atasnya atau tidak ada sisaan yang positif. Adapun sebaliknya regresi yang memodelkan minimum respons adalah membuat garis regresi di bagian bawah pengamatan sehingga tidak ada pengamatan di bawahnya atau tidak ada sisaan yang negatif.

Pendugaan koefisien regresi untuk memodelkan maksimum respons atau minimum respons berbasis MLAD dapat diselesaikan dengan program linier. Pemrograman linier adalah memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan berupa kombinasi linier p peubah $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_px_p$ dengan sejumlah kendala yang diberikan. Program linier yang melibatkan dua variabel dapat diselesaikan dengan metode grafik, sedangkan program linier yang melibatkan banyak kendala (*constrain*) dan banyak variabel dapat diselesaikan dengan metode simplex yang dikenalkan tahun 1947 oleh George B Danzig (Cottle *et al.* 2007). Metode simplex merupakan prosedur iterasi yang bergerak bertahap dan berulang. Metode simplex ini digunakan sebagai prosedur penyelesaian dari berbagai program komputer. Penemuan metode ini merupakan lompatan besar dalam riset operasi. Panduan untuk pemrograman linier dapat merujuk pada McCarl dan Speen (1997). Saat ini ada beberapa *library* di R untuk pemrograman linier, antara lain boot dan Rglpk.

Penelitian ini bertujuan mendapatkan metode pendugaan koefisien regresi untuk memodelkan maksimum respons dan minimum respons dengan cara memodifikasi kendala pada regresi MLAD yang digunakan. Luaran yang diharapkan adalah diperolehnya penduga koefisien regresi dan penduga galat baku bagi koefisien regresi menggunakan *bootstrap* sisaan. Pengembangan regresi model maksimum dan model minimum dilakukan pada regresi MLAD dengan pertimbangan bahwa regresi MLAD ini menggunakan pendekatan pemrograman linier sehingga modifikasi kendala dapat dilakukan dengan mudah. Pembuatan program komputer untuk regresi model maksimum dan model minimum ini memanfaatkan paket program linier yang tersedia dalam bahasa R versi 3.0.3. Sebagai panduan komputasi dapat merujuk pada Rizzo (2008), Givens dan Hoeting (2005), dan Venables dan Ripley (2002).

MATERI DAN METODE

Penduga Maksimum Sisaan Mutlak Terkecil (MLAD)

Pada regresi dengan model $y_i = x_i'b + \varepsilon_i$, misalkan b adalah β, maka model dugaannya adalah $y_i = x_i'b + e_i$ atau dalam catatan matriks y = Xb + e. Metode regresi yang meminimumkan maksimum sisaan mutlak (MLAD) dapat dituliskan dalam argumen.

$$min\{max|y_i - x_i'b|\}$$

Untuk mendapatkan b dengan metode MLAD dapat dikerjakan dengan panduan sebagai berikut. Misalkan, y_i adalah respons pengamatan ke-I, x_i' adalah vektor kovariat pengamatan ke-I, b adalah vektor koefisien regresi, dan z≥0 adalah batas atas (upper boundary) sisaan mutlak sehingga:

$$0 \leq |y_i - x_i'b| \leq z; \text{ untuk semua i}$$

Untuk setiap pengamatan ke-I perlu diperhatikan dua kasus, yaitu ketika sisaan positif.

$$0 \leq y_i - x_i'b \leq z \Leftrightarrow x_i'b + z \geq y_i$$

dan ketika sisaan negatif

$$-z \leq y_i - x_i'b \leq 0 \Leftrightarrow x_i'b - z \leq y_i$$

Dengan demikian, pada regresi MLAD ini nilai z diminimumkan dengan kendala

$$x_i'b - z \leq y_i \text{ dan } x_i'b + z \geq y_i$$

Pendugaan Galat Baku Melalui *Bootstrap*

Pada regresi LS galat baku koefisien regresi dapat diturunkan secara matematis menjadi sebuah rumus atau bentuk tertutup (*closed from*). Pada regresi MLAD koefisien regresinya saja tidak dapat dinyatakan dalam bentuk tertutup apalagi galat bakunya. Untuk keperluan inferensia dibutuhkan pendugaan galat baku bagi koefisien regresi berdasarkan satu set data. Untuk itu diasumsikan bahwa sebaran sisaan e_i mewakili sebaran galat ε_i, sehingga dapat dilakukan *bootstrap* berdasarkan e_i sebanyak n. langkah detailnya sebagai berikut:

1. dilakukan regresi terhadap data yang akan dianalisis, sehingga diperoleh koefisien regresi b dan sisaan e;
2. dihitung $\hat{u} = Xb$;
3. diambil sampel nilai d_i sebanyak n dengan pemulihan dari e_i hasil langkah 1;
4. dihitung nilai $z_i = \hat{u}_i + d_i$;
5. diregresikan z terhadap X, sehingga diperoleh koefisien regresi a;
6. dilakukan pengulangan 5000 kali terhadap langkah 3-5;
7. simpangan baku dari a dianggap sebagai galat baku bagi b.

Bootstrapping pada regresi ada dua alternatif, yaitu *bootstrap* terhadap sisaan dan *bootstrap* terhadap pengamatan (Givens dan Hoeting 2005). Langkah yang dilakukan dalam penelitian ini merupakan *bootstrap* terhadap sisaan, seperti yang pernah dilakukan oleh Zhu dan Jing (2010). Sementara itu, *bootstrap* terhadap pengamatan pernah dilakukan oleh Setyono *et al*. (1996).

Regresi Model Maksimum dan Model Minimum

Pada pemodelan kebutuhan gudang penyimpanan hasil panen yang dibutuhkan adalah yang minimum tetapi masih mencukupi. Model yang dikehendaki bukan model rataan melainkan model maksimum atau $\max(Y|x) = x'\beta$. Garis regresi yang dihasilkan terletak di bagian atas pengamatan sehingga $\hat{y} \geq y$ atau tidak ada sisaan pisitif karena $\hat{y} = x_i'b$ maka $x_i'b \geq y$. Misalkan, z≥0 adalah maksimum sisaan mutlak, maka $x_i'b - z \leq y_i$. Dengan demikian, pada kasus ini fungsi tujuannya adalah meminimumkan z dengan kendala $x_i'b - z \leq y_i$ dan $x_i'b \geq y$.

Sementara itu, pada pemodelan jumlah hasil panen yang dimasukkan ke gudang yang dibutuhkan adalah jumlah maksimum tetapi belum melebihi kapasitas. Model yang dikendaki adalah model minimum atau $\min(Y|x) = x'\beta$. Garis regresi yang dihasilkan terletak di bawah pengamatan sehingga $\hat{y} \leq y$ atau tidak ada sisaan negatif karena $\hat{y} = x_i'b$ maka $x_i'b \leq y$. Misalkan, z≥0 adalah maksimum sisaan mutlak, maka $x_i'b + z \geq y_i$. Dengan demikian, pada kasus ini fungsi tujuannya adalah meminimumkan z, dengan kendala $x_i'b + z \geq y_i$ dan $x_i'b \leq y$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

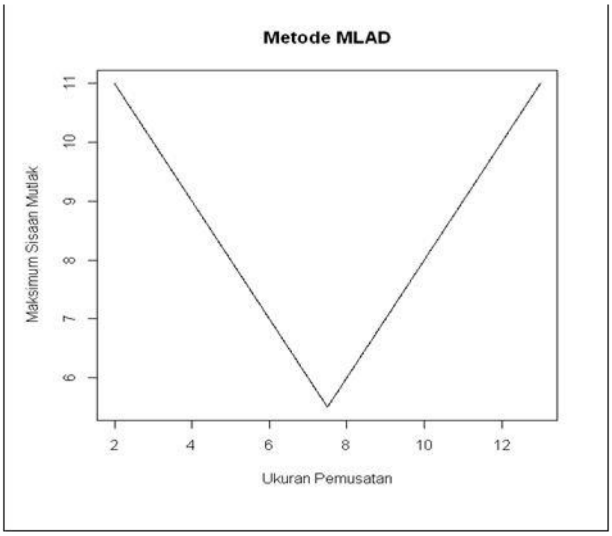
Komputasi Ukuran Pemusatan

Misalkan, pada gugus data {2, 3, 5, 7, 11, 13} akan dicari ukuran pemusatan yang membuat maksimum sisaan mutlaknya minimum, dengan kata lain mencari k yang membuat max($|y_i - k|$) minimum. Hubungan antara penduga ukuran pemusatan dengan maksimum sisaan mutlak membentuk kurva cekung ke atas yang tidak terturunkan pada titik puncaknya (Gambar 2). Dari gambar tersebut tanpak bahwa ukuran pemusatan yang membuat maksimum maksimum sisaan mutlaknya adalah 7,5 dengan nilai maksimum sisaan mutlak sebesar 5,5.

Pada regresi model intersep ini nilai penduga MLAD adalah tengah wilayah seperti yang dipublikasikan oleh Akcay dan At (2006) dengan nilai maksimum sisaan mutlak sebesar setengah wilayah (setengah dari (13-2) sama dengan 5,5). Oleh karena tidak terturunkan di titik puncaknya, maka penduga MLAD tidak dapat diperoleh secara kalkulus, tetapi dapat diperoleh melalui program linier dengan fungsi objektif meminimumkan z dengan kendala:

a) k+z≥2, k+z≥3, k+z≥5, k+z≥7, k+z≥11, k+z≥13 (dapat diwakili oleh k+z≥13)
b) k-z≤2, k-z≤3, k-z≤5, k-z≤7, k-z≤11, dan k-z≤13 (dapat diwakili oleh k-z≤2)

Titik potong antara k+z=13 dengan k-z=2 terjadi pada k=7,5 dan z=5,5. Nilai z minimum terjadi pada titik potong tersebut.



Gambar 2. Hubungan antara ukuran pemusatan dengan maksimum sisaan mutlak

Komputasi Regresi Linier Sederhana

Misalkan gusus data berpasangan (x,y) yang akan diregresikan adalah {(2,2), (4,3), (6,5), (8,7), (10,11)}. Regresi linier sederhana y=a+bx menggunakan metode MLAD dilakukan dengan fungsi objektif meminimumkan z dengan kendala:

a) a+2b-z≤2, a+4b-z≤3, a+6b-z≤5, a+8b-z≤7, a+10b-z≤11
b) a+2b+z≥2, a+4b+z≥3, a+6b+z≥5, a+8b+z≥7, a+10b+z≥11

Persamaan garis regresi yang dihasilkan adalah y= -1,125+1,125x dengan maksimum sisaan mutlak (z) sebesar 0,875. Nilai z ini paling kecil dibandingkan metode lain. Sebagai contoh, kalau digunakan regresi kuadrat terkecil diperoleh persamaan garis regresi y=-1+1,1x dengan nilai z sebesar 1,0, kalau digunakan regresi median diperoleh persamaan garis regresi y= y-1+1x dengan nilai z sebesar 2,0. Perbandingan nilai sisaan dari regresi LS, LAD, dan MLAD untuk data tersebut disajikan pada Tabel 1.

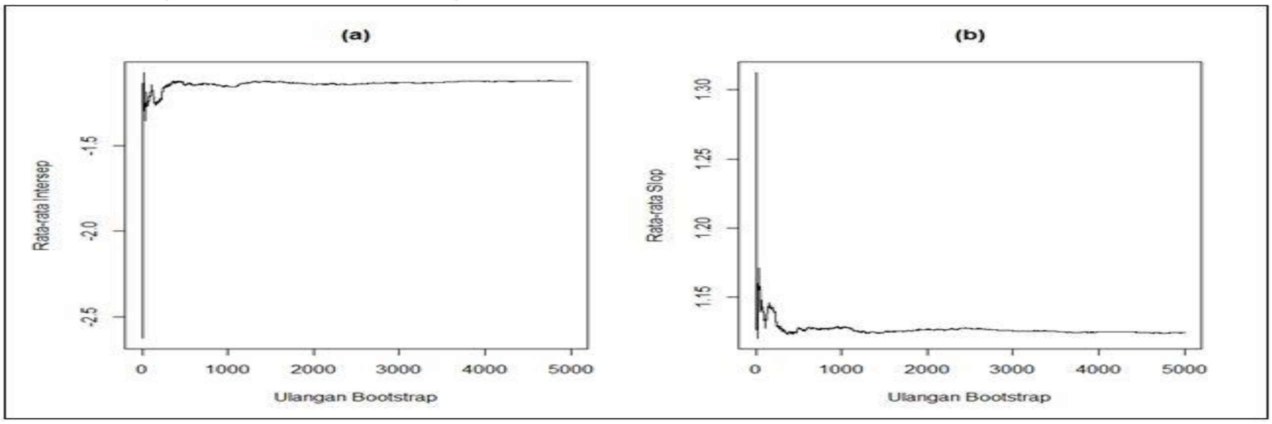
Tabel 1. Perbandingan a,b, dan z pada LS, LAD, dan MLAD

	LS	LAD	MLAD
a	-1	-1	-1,125
b	1,1	1	1,125
e1	0,8	1	0,875
e2	0,4	0	0,375
e3	0,6	0	0,625
e4	0,8	0	0,875
e5	1,0	2	0,875
z	1	2	0,875

Galat Baku bagi Koefisien Regresi

Hasil penduga MLAD untuk gugus data {(2,2), (4,3), (6,5), (8,7), (10,11)} adalah a=-1,125 dan b=1,125 dengan nilai maksimum sisaan mutlak 0,875. Nilai a dan b tidak dapat diperoleh melalui bentuk tertutup (rumus), apalagi galat baku bagi a dan b. Salah satu cara mencari penduga galat baku adalah melalui *bootstrap*. *Bootstrap* adalah mengambil sampel dengan pemulihan berulang-ulang. *Bootstrap* dilakukan dengan dua cara, yaitu *bootstrap* pengamatan dan *bootstrap* sisaan. *Bootstrap* pengamatan berarti menganggap nilai pasangan pengamatan (x,y) adalah sampel acak dari populasi pasangan pengamatan (x,y). *Bootstrap* sisaan berarti menganggap matriks rancangan bersifat tetap, sedangkan galat bersifat acak. Pada pendugaan galat baku bagi koefisien regresi lebih tepat menggunakan *bootstrap* sisaan.

Bootstrap sisaan dilakukan dengan menganggap sisaan pada Tabel 1 sebagai populasi galat, kemudian dilakukan pengambilan sampel dengan pemulihan berukuran n (banyaknya pengamatan) untuk mendapatkan satu set pengamatan dan penduga nilai koefisien regresi. Kegiatan ini dilakukan berulang-ulang (pada kajian ini 5000 kali), sehingga diperoleh simpangan baku bagi koefisien regresi (biasa disebut galat baku). Hasil simulasi 5000 kali menunjukkan bahwa galat baku bagi a sebesar 0,743 dan galat baku bagi b sebesar 0,115. Sampai *bootstrap* ke-5000 ini nilai rata-rata dari a sudah konvergen ke-(-1,125) dan nilai rata-rata bagi b sudah konvergen ke-(1,125), seperti disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Nilai rata-rata intersep (a) dan slop (b) pada setiap ulangan *bootstrap*

Komputasi Regresi Model Maksimum dan Model Minimum

Pada contoh regresi maksimum ini akan digunakan regresi model kuadratik $y=a+bx+cx^2$. Misalkan, pasangan data (x,y) yang akan dicari model maksimum dan model minimumnya seperti Tabel 2.

Tabel 2. Data hipotetik untuk model maksimum dan model minimum

No	x	y	No	x	y	No	x	y	No	x	y
1	5	9	6	2	9	11	2	16	16	7	21
2	10	51	7	7	24	12	6	15	17	4	12
3	2	12	8	5	8	13	8	28	18	4	13
4	8	33	9	3	7	14	9	44	19	9	37
5	4	8	10	6	19	15	7	18	20	3	6

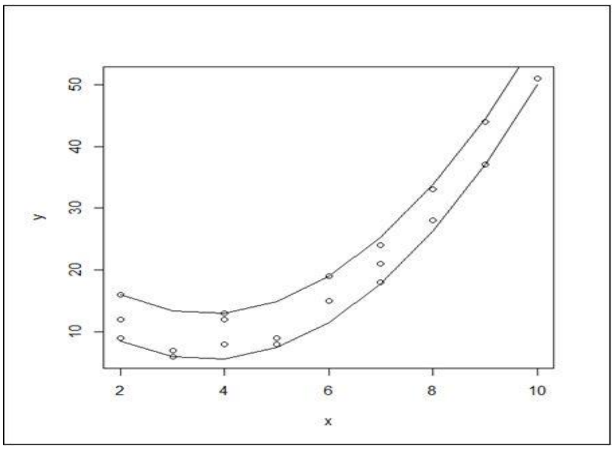
Pada pemodelan maksimum respons, program linier dijalankan dengan fungsi objektif meminimumkan z dengan kendala:

$$a + bx_i + cx_i^2 - z \leq y_i \text{ dan } a + bx_i + cx_i^2 \geq y_i;\ i = 1,2,\ldots,20$$

Koefisien regresi yang dihasilkan adalah a=27,500, b=-8,083, dan c=1,104 dengan maksimum sisaan mutlak z=7,4375. Pada pemodelan minimum respons, program linier dijalankan dengan fungsi objektif meminimumkan z dengan kendala:

$$a + bx_i + cx_i^2 + z \geq y_i \text{ dan } a + bx_i + cx_i^2 \leq y_i;\ i = 1,2,\ldots,20$$

Koefisien regresi yang dihasilkan adalah a=20,3125, b=-8,083, dan c=1,104 dengan maksimum sisaan mutlak z=7,4375. Plot data pengamatan berikut garis regresi model maksimum dan garis model minimum disajikan pada Gambar 4.



Gambar 4. Persamaan garis regresi maksimum dan minimum pada data hipotetik

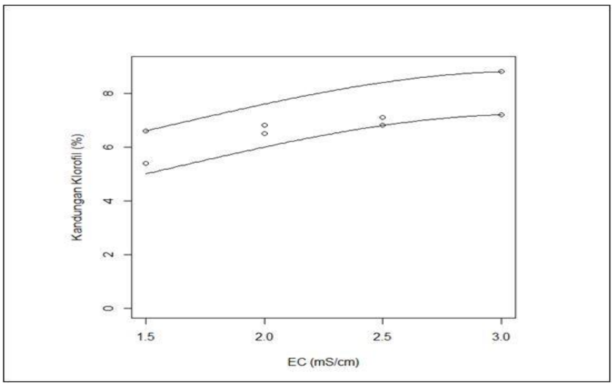
Aplikasi pada Kandungan Klorofil Pakchoy

Data yang digunakan untuk aplikasi ini adalah kandungan klorofil tanaman pakchoy (*Brassica chinensis* L.) yang ditanam secara hidroponik dengan perlakuan beberapa nilai electronical conductivity (EC) pada nutrisinya. Penelitian dilaksanakan oleh Adimihardja *et al.* (2011) di rumah plastik kebun percobaan Jurusan Agroteknologi Fakultas Pertanian Universitas Djuanda. Perlakuan nilai EC yang diberikan terdiri atas tiga taraf, yaitu 1,5 mS/cm, 2,0 mS/cm, dan 3,0 mS/cm. Varietas pakchoy yang dicobakan ada 3 taraf, salah satunya adalah varietas Green Fortune yang pada makalah ini digunakan sebagai aplikasi model maksimum dan model minimum berbasis MLAD. Nilai kandungan klorofil dari berbagai nilai EC yang akan dijadikan aplikasi sebagai berikut:

Nilai EC (mS/cm)	1,5	1,5	2,0	2,0	2,5	2,5	3,0	3,0
Kandungan Klorofil (%)	5,4	6,6	6,5	6,8	6,8	7,1	7,2	8,8

Pada data tersebut akan dilakukan regresi polinomial yang memodelkan nilai maksimum respons pada tiap taraf sebagai fungsi dari EC. Garis regresi yang dibuat harus memenuhi dua syarat, pertama membentuk fungsi polinomial, kedua nilainya minimum tetapi masih di atas (tidak kurang dari) nilai pengamatan yang ada. Nilai EC yang dicobakan ada empat taraf, sehingga kalau dilakukan regresi polinomial derajat polinomial maksimum adalah tiga. Dengan modifikasi kendala pada model MLAD diperoleh persamaan garis regresi $y=4,59+0,00x+1,32x^2-0,28x^3$ dengan nilai sisaan mutlak maksimum sebesar 1,60.

Sementara itu, garis regresi pada model minimum respons dibuat setinggi-tingginya tetapi masih di bawah (tidak lebih dari) pengamatan yang ada dan tetap membentuk fungsi polinomial. Dengan modifikasi kendala program linier pada regresi MLAD diperoleh persamaan garis dugaan $y=2,99+0,00x+1,32x^2-0,28x^3$ dengan nilai sisaan mutlak maksimum sebesar 1,6. Plot antara nilai EC dengan kandungan klorofil, garis regresi model maksimum, dan garis regresi model minimum disajikan pada Gambar 5.



Gambar 5. Model maksimum dan model minimum kandungan klorofil terhadap EC

PEMBAHASAN

Regresi MLAD berusaha meminimumkan maksimum sisaan mutlak, sehingga hanya memperhatikan pengamatan yang menghasilkan sisaan yang besar. Akibatnya, suatu nilai pengamatan apakah berupa pengamatan berulang atau tidak, pengaruhnya terhadap koefisien regresi sama saja. Hl ini terjadi karena pada program linier pengulangan kendala tidak memengaruhi hasil. Sebagai contoh gugus kendala {a+2b-z≤2, a+4b-z≤3, a+6b-z≤5, a+8b-z≤7, a+10b-z≤11}. Misalkan, kendala a+4b-z≤3 diulang lima kali hasilnya tidak berubah. Hal ini berbeda dengan model LS dan model LAD yang memberi kesempatan kepada semua nilai pengamatan untuk berperan menentukan koefisien regresi.

Kondisi tersebut berakibat bahwa regresi MLAD bukan diarahkan pada regresi yang kekar (*robust*) terhadap pencilan, melainkan regresi pada model populasi yang tidak menghendaki adanya sisaan yang besar. Hal ini penting karena pada masalah yang menyangkut kepentingan publik, terjadinya kasus dengan simpangan yang besar menjadi sorotan meskipun kasus lain aman. Kasus serupa yang sederhana terjadi pada setelan roda sepeda, baik terlalu oleng ke kiri maupun oleng terlalu ke kanan di suatu titik dapat menjadi masalah meskipun hampir sepanjang putaran yang lain relatif di tengah.

Pada regresi MLAD kendala yang berperan adalah kendala yang memberikan batasan berbeda dari kendala yang lain. Kalau ada kendala yang lebih ketat dibanding dengan kendala yang lain, maka kendala yang lain tersebut tidak berpengaruh. Sebagai contoh, gugus kendala {k+z≥2, k+z≥3, k+z≥5, k+z≥7, k+z≥11, k+z≥13}, karena kendala oleh k+z≥13 lebih ketat dibanding dengan kendala yang lain maka kendala yang lain tidak berlaku. Hal ini berakibat dimungkinkan adanya subset pengamatan yang memberikan hasil sama dengan seluruh pengamatan. Kondisi ini sangat bermanfaat karena ada harapan hasil dari suatu sampel sama dengan hasil dari populasi, kalau kebetulan memberikan kendala yang mewakili.

Regresi model maksimum dan model minimum merupakan model baru yang saat belum tersedia dipaket program komputer untuk statistika. Metode ini merupakan alternatif bagi regresi kuantil yang dirintis oleh Koenker dan Bassett (1978) dan dikembangkan oleh Koenker dan Hallock (2001), serta analisis pengamplopan data (*envelopment data analysis* disingkat EDA) yang pernah dibahas oleh Cubbin dan Tzanidakis (1998). Metode ini bermanfaat misalnya pada penyediaan pangan atau bahan bakar minyak nasional. Pada kedua contoh tersebut yang dikehendaki adalah jumlah penyediaannya mencukupi. Oleh sebab itu yang dibutuhkan bukan model rataan karena model rataan memiliki sisaan positif dan sisaan negatif sehingga ada peluang bahwa penyediaan pangan dan bahan bakar minyak tidak mencukupi.

Galat baku bagi koefisien regresi bermanfaat ketika membuat selang kepercayaan atau pengujian hipotesis. Galat baku ini biasa digunakan pada model rataan. Pada model maksimum atau minimum, penggunaan selang kepercayaan dua arah menjadi kurang relevan karena selang bawah pada model maksimum dapat lebih rendah dari pengamatan dan selang atas model minimum dapat lebih tinggi dari pengamatan. Oleh sebab itu perlu alternatif selang kepercayaan pada model maksimum atau model minimum, misalnya selang kepercayaan satu arah.

Regresi MLAD ini membutuhkan program linier yang dapat memberikan solusi *real* (bilangan nyata). Program linier pada umumnya adalah memberikan solusi tidak negatif. Pada program (bahasa) R tersedia beberapa paket (*library*) untuk program linier, antara lain bobot, limprog, IpSolve, dan Rglpk. *Library* boot, limprog, dan lpSolve relatif sudah mantap tetapi hanya dapat memberikan solusi tidak negatif. Sementara itu, *library* Rglpk sudah dapat memberikan solusi *real* tetapi belum begitu stabil. Pada data tertentu penggunaan Rglpk untuk model maksimum atau model minimum perlu tambahan penanganan khusus agar dapat memberikan solusi yang diinginkan. Bahasa R ini bersifat *freeware* dan *open source* sehingga terbuka bagi para *programmer* untuk memberikan perbaikan.

KESIMPULAN DAN IMPLIKASI

Kesimpulan

Regresi MLAD merupakan alternatif bagi regresi LS dan regresi LAD untuk model pemusatan. Regresi MLAD berusaha meminimumkan maksimum sisaan mutlak sehingga bermanfaat pada model populasi ketika dikehendaki tidak ada sisaan yang besar. Maksimum sisaan mutlak merupakan fungsi cekung ke atas yang tidak terturunkan pada titik puncaknya sehingga solusi regresi MLAD tidak dapat dinyatakan dalam bentuk tertutup. Koefisien regresi MLAD dapat diperoleh melalui program linier untuk solusi *real*. Penggunaan program linier membuka kesempatan memodifikasi kendala pada regresi MLAD sehingga menjadi regresi model maksimum dan regresi model minimum sebagai alternatif bagi regresi kuantil.

Implikasi

Regresi MLAD berusaha meminimumkan maksimum sisaan mutlak sehingga hanya memperhatikan pengamatan yang menghasilkan sisaan yang besar. Kondisi ini berakibat bahwa regresi MLAD tidak kekar terhadap pencilan. Oleh sebab itu, disarankan mengkaji kemungkinan diperolehnya regresi model maksimum dan model minimum yang berbasis pada LS atau LAD.

DAFTAR PUSTAKA

Adimihardja SA, Setyono, dan Nurkhotimah. 2011. Pertumbuhan dan Produksi Tiga Varietas Pakchoy (*Brassica chinensis* L.) pada berbagai *Electrical Counductivity* Larutan Hidroponik. *Jurnal Pertanian Penelitian Universitas Djuanda*. Vol 2 No. 2 (April 2011):61-74.

Akcay H dan At N. 2006. Govergence analysis of central and minimax algorithms in scalar regressor models. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, Februari 2006, Volume 18, Issue 1, pp 66-99.

Cottle R, Johnson E, dan Wets R. 2007. George B Danzig (1914-2005). *Notices of the AMS*. Volume 54, Number 3.

Cubbin J dan G Tzanidakis. 1998. Regression versus data envelopment analysis for efficiency measurement: an application to the England and Wales regulated water industry. *Utilities Policy* 7 (1998):75-85.

Givens GH dan JA Hoeting. 2005. *Computational Statistic*. John Wiley & Sons, New Jersey.

Hao L dan Naiman DQ. 2007. Quantile Regression. Sage Publications, Inc, California.

Koenker R dan G Bassett. 1978. Regression quantiles. *Econometrica*. Vol 46, No.1 (Jan 1978):35-50.

Koenker R dan KF Hallock. 2001. Quantile regression. *Journal of Economic Perspectives*. Volume 15, Number 4:143-156.

McCarl BA dan TH Speen. 1997. Applied Mathematical Programming Using Algebratic Systems. Copyright Bruce A MacCarl and Thomas H Speen.

Rizzo ML. 2008. Statistical Computing with R Chapman & Hall London.

Rudolf M, Wolter H, dan Zimmermann H. 1999. A Linier model for tracking error minimization. *Journal of Banking & Finance* 23 (1999):85-103.

Setyono, Notodiputro K, Aunuddin, dan Mattjik AA. 1996. Pemodelan statistik atas dasar sebaran t student. *Forum Statistika dan Komputasi* Vol 1 No.2: 10-16

Venables WN dan BD Ripley. 2002. Modern Applied Statistics with S Springer.

Zhu J dan P Jing. 2010. The analysis of *bootstrap* method in linier regression effect. *Journal of Mathematics Research*. Vol.1, No. 4: November 2010: 64-69.